

Echappement à ancre suisse à repos équidistants

Impulsion d'entrée - Dynamique (deuxième approximation)

Calibre 11 1/2" - seconde au centre - automatique - balancier à vis

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - l_entrée - transmission roue - ancre.mcd(R)

➔ Référence : E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - l_entrée - transmission ancre - balancier.mcd(R)

$$T_0 = 0.4 \text{ s} \quad f = 2.5 \text{ s}^{-1} \quad \omega_0 := 2 \cdot \pi \cdot f \quad J_b = 20 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2 \quad \theta_0 = 270 \text{ deg} \quad \psi := 0 \quad ms := 10^{-3} \cdot \text{s}$$

Couple à la roue d'échappement

$$C_B = 10.019 \text{ N} \cdot \text{mm} \quad \rho_0 = 4.38 \times 10^3 \quad C_r := \frac{C_B}{\rho_0} \quad C_r = 2.287 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Equations différentielles de la roue d'échappement libre

Coefficients de frottements $f_r := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad c_{vr} := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$

$$D\mathbf{r}_I(t, \alpha) := \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \frac{s^2}{J_{rouage}} \cdot \left(-c_{vr} \cdot \frac{\alpha_1}{s} - f_r \cdot \frac{\alpha_1}{|\alpha_1|} + C_r \right) \end{bmatrix} \quad \text{Inertie du rouage} \quad J_{rouage} = 0.602 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Equations différentielles de l'ancre

Ancre libre Coefficients de frottements $f_a := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \quad c_a := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s} \quad c_r := 0 \cdot \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$

$$D\mathbf{a}_I(t, \psi) := \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \frac{s^2}{J_a} \cdot \left(-c_a \cdot \frac{\psi_1}{s} - f_a \cdot \frac{\psi_1}{|\psi_1|} \right) \end{bmatrix} \quad \text{Inertie de l'ancre (estimation)} \quad J_a = 0.2 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

Ancre en contact avec la roue d'échappement

$$\text{Inertie totale ancre + rouage} \quad J_{tot}(\psi) := J_{rouage} \cdot K_{Iep}(\psi)^2 + J_a \quad J_{tot}(\varepsilon + 0.5 \cdot \Delta\psi_{ep}) = 0.904 \text{ mg} \cdot \text{cm}^2$$

$$JKX_{ieo}(\psi) := J_{rouage} \cdot K_{Iep}(\psi) \cdot X_{Iep}$$

$$D\mathbf{a}_r(t, \psi) := \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \frac{s^2}{J_{tot}(\psi_0)} \cdot \left[-JKX_{ieo}(\psi_0) \cdot \left(\frac{\psi_1}{s} \right)^2 - c_a \cdot \frac{\psi_1}{s} - f_a \cdot \frac{\psi_1}{|\psi_1|} - c_r \cdot K_{Iep}(\psi_0) \cdot \frac{\psi_1}{s} + C_r \cdot K_{Iep}'(\psi_0) \right] \end{bmatrix}$$

Equations différentielles du balancier

$$\text{Balancier libre} \quad \omega_0 := \omega_0 \cdot s \quad D\mathbf{b}_I(t, q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_0^2 \cdot q_0 - \omega_0^2 \cdot f_b \cdot \frac{q_1}{|q_1|} - 2 \cdot (\omega_0 \cdot \eta_b) \cdot q_1 - \kappa_b \cdot \frac{(q_1)^3}{|q_1|} \end{bmatrix}$$

$$f_b = 5 \times 10^{-3} \quad \eta_b = 2 \times 10^{-3} \quad \kappa_b = 2 \times 10^{-4}$$

Mouvement du balancier en négligeant le frottement quadratique $\omega := \omega_0 \cdot \sqrt{1 - \eta_b^2}$

$$\theta_{cv}(\varphi) := -f_b + (-\theta_0 + f_b) \cdot \left(\cos(\varphi - \pi) + \frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot \sin(\varphi - \pi) \right) \cdot e^{-\frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot (\varphi - \pi)} \quad \omega b_{cv}(\varphi) := \omega \cdot \left(\frac{d}{d\varphi} \theta_{cv}(\varphi) \right)$$

Balancier mû par un couple C_b en cas de contacts glissants

Mouvement de l'ancre en contact avec la cheville $\psi_\theta(\theta) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta)}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta)}\right) - \beta_0$

Couple exercé sur le balancier $\varepsilon = 2.5 \text{ deg}$ $\varepsilon + \Delta\psi_{ep} = 8.5 \text{ deg}$ $\varepsilon + \Delta\psi_{ie} = 11.5 \text{ deg}$

$$C_{bp}(\theta) := \kappa'_{ie}(\psi_\theta(\theta)) \cdot Kl'_{iep}(\psi_\theta(\theta)) \cdot C_r \cdot (0.99 \cdot \varepsilon \leq \psi_\theta(\theta) < \varepsilon + \Delta\psi_{ep})$$

$$C_{bd}(\theta) := \kappa'_{ie}(\psi_\theta(\theta)) \cdot Kl'_{ied}(\psi_\theta(\theta)) \cdot C_r \cdot (\varepsilon + \Delta\psi_{ep} \leq \psi_\theta(\theta) \leq \varepsilon + \Delta\psi_{ie}) \quad C_b(\theta) := C_{bp}(\theta) + C_{bd}(\theta)$$

Positions du balancier

Au début de l'impulsion quasi-statique $x := -10 \cdot \text{deg}$ $\theta_{fde} := \theta_\psi(\varepsilon, x)$ $\theta_{fde} = -13.479 \text{ deg}$

En fin d'impulsion sur le plan d'impulsion de la palette $x := 10 \cdot \text{deg}$ $\theta_{fip} := \theta_\psi(\varepsilon + \Delta\psi_{ep}, x)$ $\theta_{fip} = 9.543 \text{ deg}$

En fin d'impulsion $x := \theta_{fip}$ $\theta_{fie} := \theta_\psi(\varepsilon + \Delta\psi_{ie}, x)$ $\theta_{fie} = 21.788 \text{ deg}$

Equation différentielle

$$Dbi(t, q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_0^2 \cdot q_0 - \omega_0^2 \cdot f_b \cdot \frac{q_1}{|q_1|} - 2 \cdot (\omega_0 \cdot \eta_b) \cdot q_1 - \kappa_b \cdot \frac{(q_1)^3}{|q_1|} + \frac{C_b(q_0) \cdot s^2}{J_b} \end{bmatrix}$$

Formules de chocs bec de dent - plan d'impulsion de la palette

Coefficient de restitution $\varepsilon_c := 0.65$

Constante de percussion $J_{ba}(\psi) := \frac{J_b}{\kappa_{ie}(\psi)^2} + J_a$ $G_{ep}(\psi) := \frac{J_{rouage}}{J_{ba}(\psi)} \cdot Kl'_{iep}(\psi)$

Vitesse angulaire de l'ancre après le choc $\omega_r'(\omega_r, \omega_a, \psi) := \omega_r - \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + G_{ep}(\psi) \cdot Kl_{iep}(\psi)} \cdot (\omega_r - Kl_{iep}(\psi) \cdot \omega_a)$

Vitesse angulaire du balancier après le choc $\omega_a'(\omega_r, \omega_a, \psi) := \omega_a + \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + \frac{1}{G_{ep}(\psi) \cdot Kl_{iep}(\psi)}} \cdot \left(\frac{\omega_r}{Kl_{iep}(\psi)} - \omega_a \right)$

Positions angulaires et vitesses au début de l'impulsion d'entrée

$$t_{fde} := 0.29702 \text{ s}$$

Balancier $\theta_{fde} = -13.479 \text{ deg}$ $\omega_{bfde} := 73.396 \cdot s^{-1}$

Ancre $\psi_{fde} := 2.5 \cdot \text{deg}$ $\omega_{afde} := 18.339 \cdot s^{-1}$

Roue d'échappement $\alpha_0 := 30 \cdot \text{deg}$ $\omega_{rfde} := -2.837 \cdot s^{-1}$

Déplacements entre fin de dégagement et début vrai de l'impulsion

$$n := 200 \quad i := 0..n \quad t_{fin} := 0.299 \cdot s$$

$$q := \begin{pmatrix} \theta_{fde} \\ \omega_{bfde} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.235 \\ 73.396 \end{pmatrix} \quad Z := rkfixe(q, t_{fde} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, Dbi) \quad t_i := Z_{i,0} \cdot s$$

$$q_i := Z_{i,1} \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

$$\theta(t_{fin}) = -5.148 \text{ deg} \quad \omega_b(t_{fin}) = 73.4617 \text{ s}^{-1}$$

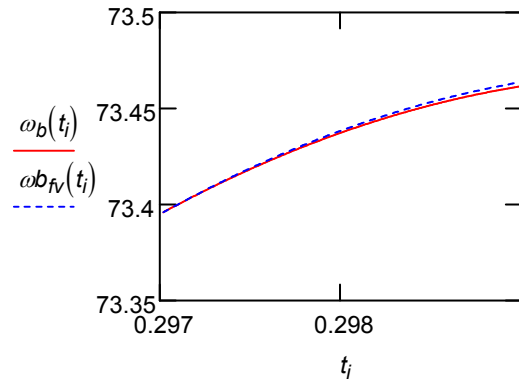
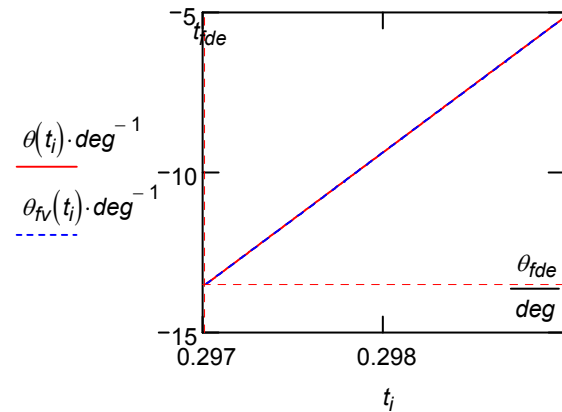
Solution sans frottement quadratique (pour contrôle) $\varphi(t) := \omega \cdot (t - t_{fde})$

$$\theta_{fv}(t) := -f_b + \left[(\theta_{fde} + f_b) \cdot \left(\cos(\varphi(t)) + \frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot \sin(\varphi(t)) \right) + \frac{\omega b_{fde}}{\omega} \cdot \sin(\varphi(t)) \right] \cdot e^{-\frac{\eta_b \cdot \omega_0}{\omega} \cdot (\varphi(t))}$$

$$\omega b_{fv}(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta_{fv}(\tau) \quad \theta_{fv}(t_{fin}) = -5.14788 \text{ deg} \quad \omega b_{fv}(t_{fin}) = 73.46384 \text{ s}^{-1}$$

Mouvement de l'ancre virtuel: entrée de fourchette en contact avec la cheville de plateau

$$\psi_c(\tau) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(\tau))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(\tau))}\right) - \beta_0 \quad \omega_c(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi_c(\tau)$$



Choc cheville de plateau - entrée de fourchette pendant l'impulsion

$$\psi := \begin{pmatrix} \psi_{fde} \\ \omega a_{fde} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0.044 \\ 18.339 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\psi, t_{fde} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Da}_I)$$

$$\psi_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad \text{CS}\psi := \text{cspline}(t, \psi) \quad \psi 1_{di}(\tau) := \text{interp}(\text{CS}\psi, t, \psi, \tau) \quad \omega a 1_{di}(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi 1_{di}(\tau)$$

Instant du choc cheville-fourchette

itération

$$\tau := t_{fde} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\psi 1_{di}(\tau) - \psi_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{cdi} := t_{ch}(\tau) \quad t_{cdi} = 0.29702 \text{ s}$$

$$\psi_{cdi} := \psi 1_{di}(t_{cdi}) \quad \psi_{cdi} = 2.5 \text{ deg} \quad \omega a_{cdi} := \omega a 1_{di}(t_{cdi}) \quad \omega a_{cdi} = 18.339 \text{ s}^{-1}$$

Nouvelle vitesse de l'ancre

$$G_{ie}(\psi) := \frac{J_a}{J_b} \cdot \kappa'_{ie}(\psi) \quad \omega a'_{cdi} := \omega a_{cdi} - \frac{1 + \varepsilon_c}{1 + G_{ie}(\psi_{cdi}) \cdot \kappa_{ie}(\psi_{cdi})} \cdot (\omega a_{cdi} - \kappa_{ie}(\psi_{cdi}) \cdot \omega_b(t_{cdi}))$$

Mouvement libre de l'ancre après le choc

$$G_{ie}(\varepsilon) = 2.27 \times 10^{-3} \quad \omega a'_{cdi} = 18.416 \text{ s}^{-1}$$

$$\psi := \begin{pmatrix} \psi_{cdi} \\ \omega a'_{cdi} \cdot s \end{pmatrix} \quad \psi = \begin{pmatrix} 0.044 \\ 18.416 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\psi, t_{cdi} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Da}_I) \quad \psi_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad t2_i := \mathbf{Z}_i, 0 \cdot s$$

$$\text{CS}\psi := \text{cspline}(t2, \psi) \quad \psi 2_{di}(\tau) := \text{interp}(\text{CS}\psi, t2, \psi, \tau) \quad \omega a 2_{di}(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi 2_{di}(\tau) \quad \psi 2_{di}(t_{fin}) = 4.589 \text{ deg}$$

L'entrée de fourchette et la cheville de plateau se déplacent quasiment à la même vitesse:

$$\omega a'_{cdi} = 18.416 \text{ s}^{-1} \quad \kappa_{ie}(\psi_{cdi}) \cdot \omega_b(t_{cdi}) = 18.386 \text{ s}^{-1}$$

Si un nouveau choc entre la cheville de plateau et la fourchette se produit, il sera très doux; nous admettons que, à la suite du prochain contact, l'ancre est menée par la cheville.

Mouvement de l'ancre entre la fin du dégagement et le choc dent - palette

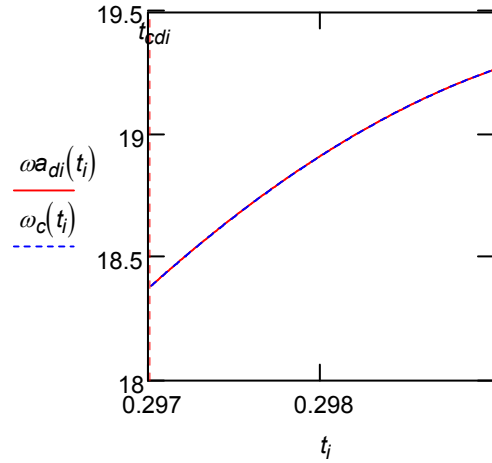
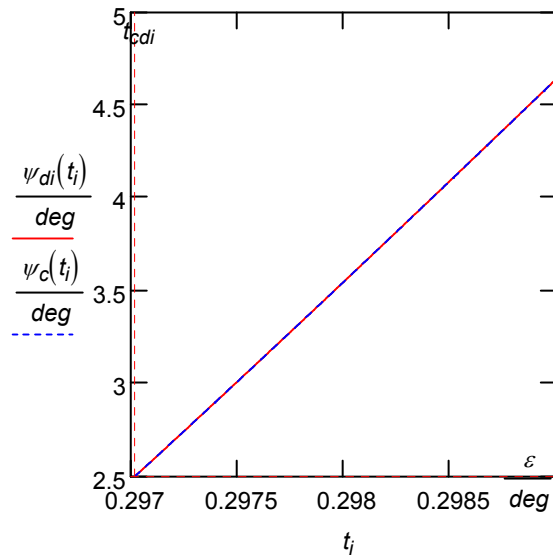
$$\psi_{3di}(t) := \psi_{1di}(t) \cdot (t \leq t_{cdi}) + \psi_{2di}(t) \cdot (t > t_{cdi}) \quad \omega a_{3di}(t) := \omega a_{1di}(t) \cdot (t \leq t_{cdi}) + \omega a_{2di}(t) \cdot (t > t_{cdi})$$

Début d'entraînement de l'ancre par le contact cheville - fourchette

itération

$$\tau := t_{cdi} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\omega a_{3di}(\tau) - \omega_c(\tau), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{cf} := t_{ch}(\tau) \quad t_{cf} = 0.29695 \text{ s}$$

$$\psi_{di}(t) := \psi_{3di}(t) \cdot (t \leq t_{cf}) + \psi_c(t) \cdot (t > t_{cf}) \quad \omega a_{di}(t) := \omega a_{3di}(t) \cdot (t \leq t_{cf}) + \omega_c(t) \cdot (t > t_{cf})$$



Mouvement de la roue d'échappement en début d'impulsion

$$\alpha := \begin{pmatrix} -\alpha_0 \\ \omega_{fde} \cdot s \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\alpha, t_{fde} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dr}_I) \quad \text{Voir graphique ci-dessous}$$

$$\alpha_i := \mathbf{Z}_{i,1} \quad CS\alpha := \text{cspline}(t, \alpha) \quad \alpha_{di}(\tau) := \text{interp}(CS\alpha, t, \alpha, \tau) \quad \omega_{di}(\tau) := \frac{d}{d\tau} \alpha_{di}(\tau)$$

Recul dynamique de la roue

$$\min(\alpha) + \alpha_0 = -6.044 \times 10^{-3} \text{ deg}$$

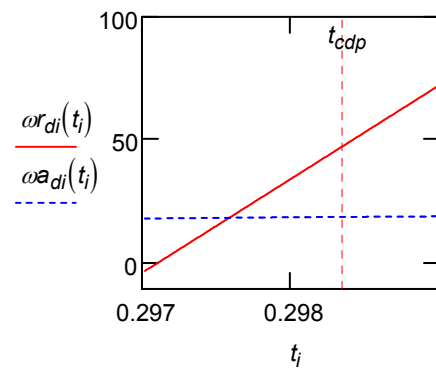
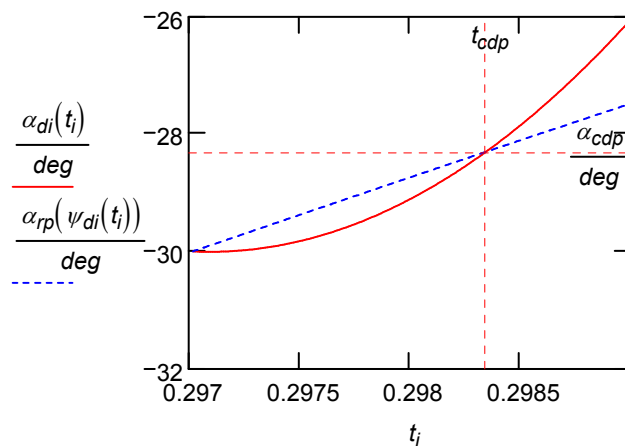
Rencontre de la dent avec le plan d'impulsion de la palette

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\alpha_{di}(\tau) - \alpha_{rp}(\psi_{di}(\tau)), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{cdp} := t_{ch}(\tau) \quad t_{cdp} = 0.29834 \text{ s}$$

$$\alpha_{cdp} := \alpha_{di}(t_{cdp}) \quad \alpha_{cdp} = -28.304 \text{ deg} \quad \psi_{cdp} := \psi_{di}(t_{cdp}) \quad \psi_{cdp} = 3.923 \text{ deg}$$

$$\omega_{cdp} := \omega_{di}(t_{cdp}) \quad \omega_{cdp} = 47.519 \text{ s}^{-1} \quad \omega a_{cdp} := \omega a_{di}(t_{cdp}) \quad \omega a_{cdp} = 19.059 \text{ s}^{-1}$$



Distance angulaire entrée de fourchette - cheville $\psi_{di}(t_{cf}) - \psi_c(t_{cf}) = 9.754 \times 10^{-5} \text{ deg}$

Position et vitesse angulaires du balancier à l'instant du contact dent - palette

$$\theta_{cdp} := \theta(t_{cdp}) \quad \theta_{cdp} = -7.905 \text{ deg} \quad \omega_{b_{cdp}} := \omega_b(t_{cdp}) \quad \omega_{b_{cdp}} = 73.448 \text{ s}^{-1}$$

On négligera le cours instant entre le choc dent-palette (début d'impulsion sur la palette)
et l'entrée en contact de la fourchette contre la cheville (début d'impulsion sur la cheville)

Premier choc bec de dent - plan d'impulsion de la palette

Instant du premier choc $j := 0 \quad t_{ci_j} := t_{cdp} \quad \Delta t_{ci_j} := t_{ci_j} - t_{fde} \quad n := 100 \quad i := 0..n$

Evolution entre la fin du dégagement et le premier choc

$$\begin{aligned} \delta &:= \frac{\Delta t_{ci_j}}{n} & t_i &:= t_{fde} + i \cdot \delta & T_{i,j} &:= t_j & \tau_{imp} &:= T^{\langle j \rangle} & A_{c_{i,j}} &:= \alpha_{rp}(\psi_{di}(t_i)) \\ A_{i,j} &:= \alpha_{di}(t_i) & A_{imp} &:= A^{\langle j \rangle} & \Omega_{r_{i,j}} &:= \omega_{di}(t_i) & \Omega_{r_{imp}} &:= \Omega_r^{\langle j \rangle} & AC_{imp} &:= A_c^{\langle j \rangle} \\ \Psi_{i,j} &:= \psi_{di}(t_i) & \Psi_{imp} &:= \Psi^{\langle j \rangle} & \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega_{di}(t_i) & \Omega_{a_{imp}} &:= \Omega_a^{\langle j \rangle} \\ \Theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_{imp} &:= \Theta^{\langle j \rangle} & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega_b(t_i) & \Omega_{b_{imp}} &:= \Omega_b^{\langle j \rangle} \end{aligned}$$

Positions et vitesses juste avant le premier choc

$$t_{ci_j} = 0.29834 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ci_j} &:= \alpha_{di}(t_{ci_j}) & \alpha_{ci_j} &= -28.304 \text{ deg} & \omega_{ci_j} &:= \omega_{di}(t_{ci_j}) & \omega_{ci_j} &= 47.519 \text{ s}^{-1} \\ \psi_{ci_j} &:= \psi_{di}(t_{ci_j}) & \psi_{ci_j} &= 3.923 \text{ deg} & \omega_{a_{ci_j}} &:= \omega_{di}(t_{ci_j}) & \omega_{a_{ci_j}} &= 19.059 \text{ s}^{-1} & \psi_{ci_j} - \psi_{fde} &= 1.423 \text{ deg} \\ \theta_{ci_j} &:= \theta(t_{ci_j}) & \theta_{ci_j} &= -7.905 \text{ deg} & \omega_{b_{ci_j}} &:= \omega_b(t_{ci_j}) & \omega_{b_{ci_j}} &= 73.448 \text{ s}^{-1} & \omega_{a_{ci_j}} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} &= 73.448 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

contrôle

Vitesses juste après le premier choc

$$\begin{aligned} \text{Roue} & \quad \omega'_{ci_j} := \omega'(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) & \omega'_{ci_j} &= 5.567 \text{ s}^{-1} \\ \text{Ancre} & \quad \omega a'_{ci_j} := \omega a'(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) & \omega a'_{ci_j} &= 19.129 \text{ s}^{-1} \\ \text{Balancier} & \quad \omega b'_{ci_j} := \omega a'_{ci_j} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} & \omega b'_{ci_j} &= 73.719 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Evolution après le premier choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T_0 \quad t := 0$$

$$\text{Roue} \quad \alpha := \begin{pmatrix} \alpha_{ci_j} \\ \omega'_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \alpha = \begin{pmatrix} -0.494 \\ 5.567 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe(\alpha, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dr}_1) \quad t_j := \mathbf{Z}_j, 0 \text{ s}$$

$$\alpha_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CS\alpha := cspline(t, \alpha) \quad \alpha_r(\tau) := interp(CS\alpha, t, \alpha, \tau) \quad \omega_r(\tau) := \frac{d}{d\tau} \alpha_r(\tau)$$

$$\text{Balancier} \quad q := \begin{pmatrix} \theta_{cdp} \\ \omega b'_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -0.138 \\ 73.719 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe(q, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_1)$$

$$q_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta(\tau) := interp(CSq, t, q, \tau) \quad \omega b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

$$\text{Ancre} \quad \psi(\tau) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(\tau))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(\tau))}\right) - \beta_0 \quad \omega a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$$

Deuxième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du deuxième choc $j := j + 1$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\alpha_r(\tau) - \alpha_{rp}(\psi(\tau)), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} = 0.2992 \text{ s}$$

Evolution entre les premier et deuxième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{ci_j} := t_{ci_j} - t_{ci_{j-1}} \quad \Delta t_{ci_j} = 0.859 \text{ ms} \quad \delta t := \frac{\Delta t_{ci_j}}{n}$

$$\begin{aligned} t_i &:= t_{ci_{j-1}} + i \cdot \delta t & T_{i,j} &:= t_i & \tau_{imp} &:= \text{pile}(\tau_{imp}, T^{\langle j \rangle}) & A_{ci_j} &:= \alpha_{rp}(\psi_{di}(t_i)) & A_{c_{imp}} &:= \text{pile}(A_{c_{imp}}, A_c^{\langle j \rangle}) \\ A_{i,j} &:= \alpha_r(t_i) & A_{imp} &:= \text{pile}(A_{imp}, A^{\langle j \rangle}) & \Omega_{r_{i,j}} &:= \omega_r(t_i) & \Omega_{r_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{r_{imp}}, \Omega_r^{\langle j \rangle}) \\ \Psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \Psi_{imp} &:= \text{pile}(\Psi_{imp}, \Psi^{\langle j \rangle}) & \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega_a(t_i) & \Omega_{a_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{a_{imp}}, \Omega_a^{\langle j \rangle}) \\ \Theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_{imp} &:= \text{pile}(\Theta_{imp}, \Theta^{\langle j \rangle}) & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega_b(t_i) & \Omega_{b_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{b_{imp}}, \Omega_b^{\langle j \rangle}) \end{aligned}$$

Positions et vitesses juste avant le deuxième choc

$$t_{ci_j} = 0.2992 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ci_j} &:= \alpha_r(t_{ci_j}) & \alpha_{ci_j} &= -27.226 \text{ deg} & \omega_{ci_j} &:= \omega_r(t_{ci_j}) & \omega_{ci_j} &= 38.226 \text{ s}^{-1} \\ \psi_{ci_j} &:= \psi(t_{ci_j}) & \psi_{ci_j} &= 4.872 \text{ deg} & \omega_{a_{ci_j}} &:= \omega_a(t_{ci_j}) & \omega_{a_{ci_j}} &= 19.385 \text{ s}^{-1} & \psi_{ci_j} - \psi_{fde} &= 2.372 \text{ deg} \\ \theta_{ci_j} &:= \theta(t_{ci_j}) & \theta_{ci_j} &= -4.275 \text{ deg} & \omega_{b_{ci_j}} &:= \omega_b(t_{ci_j}) & \omega_{b_{ci_j}} &= 73.735 \text{ s}^{-1} & \omega_{a_{ci_j}} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} &= 73.735 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

contrôle

Vitesses juste après le deuxième choc

Roue $\omega'_{ci_j} := \omega_r(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) \quad \omega'_{ci_j} = 10.76 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega_{a'}_{ci_j} := \omega_a(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) \quad \omega_{a'}_{ci_j} = 19.43 \text{ s}^{-1}$

Balancier $\omega_{b'}_{ci_j} := \omega_{a'}_{ci_j} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} \quad \omega_{b'}_{ci_j} = 73.907 \text{ s}^{-1}$

Evolution après le deuxième choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T_0 \quad t := 0 \quad t_{fin} = 0.3 \text{ s}$$

Roue $\alpha := \begin{pmatrix} \alpha_{ci_j} \\ \omega'_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \alpha = \begin{pmatrix} -0.475 \\ 10.76 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\alpha, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dr}_1) \quad t_j := \mathbf{Z}_{i,0} \text{ s}$

$$\alpha_j := \mathbf{Z}_{j,1} \quad \text{CS}\alpha := \text{cspline}(t, \alpha) \quad \alpha_r(\tau) := \text{interp}(\text{CS}\alpha, t, \alpha, \tau) \quad \omega_r(\tau) := \frac{d}{d\tau} \alpha_r(\tau)$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta_{ci_j} \\ \omega_{b'}_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad q \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(q, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_1)$

$$q_j := \mathbf{Z}_{j,1} \quad \text{CS}q := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(\text{CS}q, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi(\tau) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(\tau))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(\tau))}\right) - \beta_0 \quad \omega_a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$

Troisième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du troisième choc $j := j + 1$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\alpha_r(\tau) - \alpha_{rp}(\psi(\tau)), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} = 0.29976 \text{ s}$$

Evolution entre les deuxième et troisième chocs

$$\begin{aligned} \text{Intervalle de temps entre les deux chocs} \quad \Delta t_{ci_j} &:= t_{ci_j} - t_{ci_{j-1}} \quad \Delta t_{ci_j} = 0.56 \text{ ms} \quad \delta t := \frac{\Delta t_{ci_j}}{n} \\ t_j &:= t_{ci_{j-1}} + i \cdot \delta t \quad T_{i,j} := t_j \quad \tau_{imp} := \text{pile}(\tau_{imp}, T^{\langle j \rangle}) \quad A_{ci_j} := \alpha_{rp}(\psi_{di}(t_j)) \quad AC_{imp} := \text{pile}(AC_{imp}, A_c^{\langle j \rangle}) \\ A_{i,j} &:= \alpha_r(t_j) \quad A_{imp} := \text{pile}(A_{imp}, A^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{r,i,j} := \omega_r(t_j) \quad \Omega_{r_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{r_{imp}}, \Omega_r^{\langle j \rangle}) \\ \psi_{i,j} &:= \psi(t_j) \quad \psi_{imp} := \text{pile}(\psi_{imp}, \psi^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{a,i,j} := \omega_a(t_j) \quad \Omega_{a_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{a_{imp}}, \Omega_a^{\langle j \rangle}) \\ \theta_{i,j} &:= \theta(t_j) \quad \theta_{imp} := \text{pile}(\theta_{imp}, \theta^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{b,i,j} := \omega_b(t_j) \quad \Omega_{b_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{b_{imp}}, \Omega_b^{\langle j \rangle}) \end{aligned}$$

Positions et vitesses juste avant le troisième choc

$$t_{ci_j} = 0.29976 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ci_j} &:= \alpha_r(t_{ci_j}) \quad \alpha_{ci_j} = -26.539 \text{ deg} \quad \omega_{ci_j} := \omega_r(t_{ci_j}) \quad \omega_{ci_j} = 32.055 \text{ s}^{-1} \\ \psi_{ci_j} &:= \psi(t_{ci_j}) \quad \psi_{ci_j} = 5.497 \text{ deg} \quad \omega_{a_{ci_j}} := \omega_a(t_{ci_j}) \quad \omega_{a_{ci_j}} = 19.515 \text{ s}^{-1} \quad \psi_{ci_j} - \psi_{fde} = 2.997 \text{ deg} \\ \theta_{ci_j} &:= \theta(t_{ci_j}) \quad \theta_{ci_j} = -1.903 \text{ deg} \quad \omega_{b_{ci_j}} := \omega_b(t_{ci_j}) \quad \omega_{b_{ci_j}} = 73.911 \text{ s}^{-1} \quad \omega_{a_{ci_j}} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} = 73.911 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

contrôle

Vitesses juste après le troisième choc

Roue $\omega'_{ci_j} := \omega_r(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) \quad \omega'_{ci_j} = 14.037 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega'_{a_{ci_j}} := \omega_a(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j}) \quad \omega'_{a_{ci_j}} = 19.544 \text{ s}^{-1}$

Balancier $\omega'_{b_{ci_j}} := \omega'_{a_{ci_j}} \cdot \kappa_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} \quad \omega'_{b_{ci_j}} = 74.021 \text{ s}^{-1}$

Evolution après le troisième choc

$$t_{fin} := 0.75 \cdot T_0 \quad t := 0 \quad t_{fin} = 0.3 \text{ s}$$

Roue $\alpha := \begin{pmatrix} \alpha_{ci_j} \\ \omega'_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix} \quad \alpha = \begin{pmatrix} -0.463 \\ 14.037 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\alpha, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dr}_I) \quad t_j := \mathbf{Z}_j, 0 \text{ s}$

$$\alpha_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CS\alpha := \text{cspline}(t, \alpha) \quad \alpha_r(\tau) := \text{interp}(CS\alpha, t, \alpha, \tau) \quad \omega_r(\tau) := \frac{d}{d\tau} \alpha_r(\tau)$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta_{ci_j} \\ \omega'_{b_{ci_j}} \cdot s \end{pmatrix} \quad q \quad \mathbf{Z} := \text{rkfixe}(q, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I)$

$$q_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CSq := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi(\tau) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(\tau))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(\tau))}\right) - \beta_0 \quad \omega_a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$

Quatrième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du quatrième choc $j := j + 1$ $t_{fin} := 0.31 \cdot s$ itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\alpha_r(\tau) - \alpha_{rp}(\psi(\tau)), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci_j} = 0.30013 \text{ s}$$

Evolution entre les troisième et quatrième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{ci_j} := t_{ci_j} - t_{ci_{j-1}}$ $\Delta t_{ci_j} = 0.367 \text{ ms}$ $\delta t := \frac{\Delta t_{ci_j}}{n}$

$$\begin{aligned} t_i &:= t_{ci_{j-1}} + i \cdot \delta t & T_{i,j} &:= t_i & \tau_{imp} &:= \text{pile}(\tau_{imp}, T^{\langle j \rangle}) & A_{c_{i,j}} &:= \alpha_{rp}(\psi_{di}(t_i)) & AC_{imp} &:= \text{pile}(AC_{imp}, A_c^{\langle j \rangle}) \\ A_{i,j} &:= \alpha_r(t_i) & A_{imp} &:= \text{pile}(A_{imp}, A^{\langle j \rangle}) & \Omega_{r_{i,j}} &:= \omega_r(t_i) & \Omega_{r_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{r_{imp}}, \Omega_r^{\langle j \rangle}) \\ \Psi_{i,j} &:= \psi(t_i) & \Psi_{imp} &:= \text{pile}(\Psi_{imp}, \Psi^{\langle j \rangle}) & \Omega_{a_{i,j}} &:= \omega_a(t_i) & \Omega_{a_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{a_{imp}}, \Omega_a^{\langle j \rangle}) \\ \Theta_{i,j} &:= \theta(t_i) & \Theta_{imp} &:= \text{pile}(\Theta_{imp}, \Theta^{\langle j \rangle}) & \Omega_{b_{i,j}} &:= \omega_b(t_i) & \Omega_{b_{imp}} &:= \text{pile}(\Omega_{b_{imp}}, \Omega_b^{\langle j \rangle}) \end{aligned}$$

Positions et vitesses juste avant le quatrième choc

$$t_{ci_j} = 0.30013 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{ci_j} &:= \alpha_r(t_{ci_j}) & \alpha_{ci_j} &= -26.097 \text{ deg} & \omega_{ci_j} &:= \omega_r(t_{ci_j}) & \omega_{ci_j} &= 27.983 \text{ s}^{-1} \\ \psi_{ci_j} &:= \psi(t_{ci_j}) & \psi_{ci_j} &= 5.908 \text{ deg} & \omega_{a_{ci_j}} &:= \omega_a(t_{ci_j}) & \omega_{a_{ci_j}} &= 19.564 \text{ s}^{-1} & \psi_{ci_j} - \psi_{fde} &= 3.408 \text{ deg} \\ \theta_{ci_j} &:= \theta(t_{ci_j}) & \theta_{ci_j} &= -0.346 \text{ deg} & \omega_{b_{ci_j}} &:= \omega_b(t_{ci_j}) & \omega_{b_{ci_j}} &= 74.02 \text{ s}^{-1} & \omega_{a_{ci_j}} \cdot K_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1} &= 74.02 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

contrôle

Vitesses juste après le quatrième choc

Roue $\omega'_{ci_j} := \omega_r(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j})$ $\omega'_{ci_j} = 16.131 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega_{a'}_{ci_j} := \omega_a(\omega_{ci_j}, \omega_{a_{ci_j}}, \psi_{ci_j})$ $\omega_{a'}_{ci_j} = 19.583 \text{ s}^{-1}$

Balancier $\omega_{b'}_{ci_j} := \omega_{a'}_{ci_j} \cdot K_{ie}(\psi_{ci_j})^{-1}$ $\omega_{b'}_{ci_j} = 74.091 \text{ s}^{-1}$

Evolution après le quatrième choc

$$t_{fin} := 0.77 \cdot T_0 \quad t := 0 \quad t_{fin} = 0.308 \text{ s}$$

Roue $\alpha := \begin{pmatrix} \alpha_{ci_j} \\ \omega'_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix}$ $\alpha = \begin{pmatrix} -0.455 \\ 16.131 \end{pmatrix}$ $\mathbf{Z} := \text{rkfixe}(\alpha, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dr}_I)$ $t_j := \mathbf{Z}_i, 0 \text{ s}$

$$\alpha_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CS\alpha := \text{cspline}(t, \alpha) \quad \alpha_r(\tau) := \text{interp}(CS\alpha, t, \alpha, \tau) \quad \omega_r(\tau) := \frac{d}{d\tau} \alpha_r(\tau)$$

Balancier $q := \begin{pmatrix} \theta_{ci_j} \\ \omega_{b'}_{ci_j} \cdot s \end{pmatrix}$ q $\mathbf{Z} := \text{rkfixe}(q, t_{ci_j} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I)$

$$q_j := \mathbf{Z}_j, 1 \quad CSq := \text{cspline}(t, q) \quad \theta(\tau) := \text{interp}(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Ancre $\psi(\tau) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(\tau))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(\tau))}\right) - \beta_0$ $\omega_a(\tau) := \frac{d}{d\tau} \psi(\tau)$

Cinquième choc cheville de plateau - entrée de fourchette

Instant du cinquième choc $j := j + 1$

itération

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := \text{racine}(\alpha_r(\tau) - \alpha_{rp}(\psi(\tau)), \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci,j} := t_{ch}(\tau) \quad t_{ci,j} = 0.30037 \text{ s}$$

Evolution entre les quatrième et cinquième chocs

Intervalle de temps entre les deux chocs $\Delta t_{ci,j} := t_{ci,j} - t_{ci,j-1} \quad \Delta t_{ci,j} = 0.241 \text{ ms} \quad \delta t := \frac{\Delta t_{ci,j}}{n}$

$$t_i := t_{ci,j-1} + i \cdot \delta t \quad T_{i,j} := t_i \quad \tau_{imp} := \text{pile}(\tau_{imp}, T^{\langle j \rangle}) \quad A_{c_{i,j}} := \alpha_{rp}(\psi_{di}(t_i)) \quad AC_{imp} := \text{pile}(AC_{imp}, A_c^{\langle j \rangle})$$

$$A_{i,j} := \alpha_r(t_i) \quad A_{imp} := \text{pile}(A_{imp}, A^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{r_{i,j}} := \omega_r(t_i) \quad \Omega_{r_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{r_{imp}}, \Omega_r^{\langle j \rangle})$$

$$\Psi_{i,j} := \psi(t_i) \quad \Psi_{imp} := \text{pile}(\Psi_{imp}, \Psi^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{a_{i,j}} := \omega_a(t_i) \quad \Omega_{a_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{a_{imp}}, \Omega_a^{\langle j \rangle})$$

$$\Theta_{i,j} := \theta(t_i) \quad \Theta_{imp} := \text{pile}(\Theta_{imp}, \Theta^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{b_{i,j}} := \omega_b(t_i) \quad \Omega_{b_{imp}} := \text{pile}(\Omega_{b_{imp}}, \Omega_b^{\langle j \rangle})$$

Positions et vitesses juste avant le cinquième choc

$$t_{ci,j} = 0.30037 \text{ s}$$

$$\alpha_{ci,j} := \alpha_r(t_{ci,j}) \quad \alpha_{ci,j} = -25.811 \text{ deg} \quad \omega_{ci,j} := \omega_r(t_{ci,j}) \quad \omega_{ci,j} = 25.305 \text{ s}^{-1}$$

$$\psi_{ci,j} := \psi(t_{ci,j}) \quad \psi_{ci,j} = 6.179 \text{ deg} \quad \omega_{a_{ci,j}} := \omega_a(t_{ci,j}) \quad \omega_{a_{ci,j}} = 19.58 \text{ s}^{-1} \quad \psi_{ci,j} - \psi_{fde} = 3.679 \text{ deg}$$

$$\theta_{ci,j} := \theta(t_{ci,j}) \quad \theta_{ci,j} = 0.678 \text{ deg} \quad \omega_{b_{ci,j}} := \omega_b(t_{ci,j}) \quad \omega_{b_{ci,j}} = 74.089 \text{ s}^{-1} \quad \omega_{a_{ci,j}} \cdot K_{ie}(\psi_{ci,j})^{-1} = 74.089 \text{ s}^{-1}$$

contrôle

Vitesses juste après le cinquième choc

Roue $\omega'_{ci,j} := \omega_r'(\omega_{ci,j}, \omega_{a_{ci,j}}, \psi_{ci,j}) \quad \omega'_{ci,j} = 17.479 \text{ s}^{-1}$

Ancre $\omega'_{a_{ci,j}} := \omega_a'(\omega_{ci,j}, \omega_{a_{ci,j}}, \psi_{ci,j}) \quad \omega'_{a_{ci,j}} = 19.592 \text{ s}^{-1}$

Balancier $\omega'_{b_{ci,j}} := \omega_b'(\omega_{ci,j}, K_{ie}(\psi_{ci,j})^{-1}) \quad \omega'_{b_{ci,j}} = 74.135 \text{ s}^{-1}$

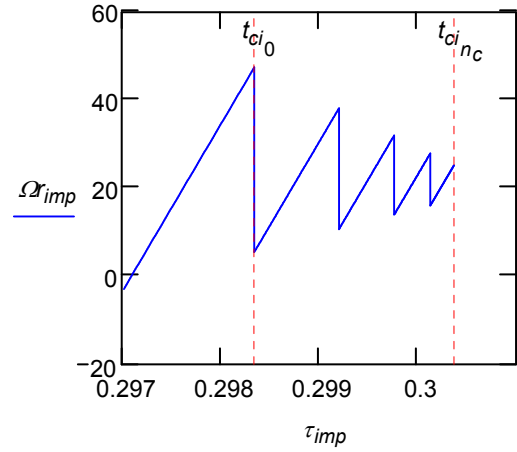
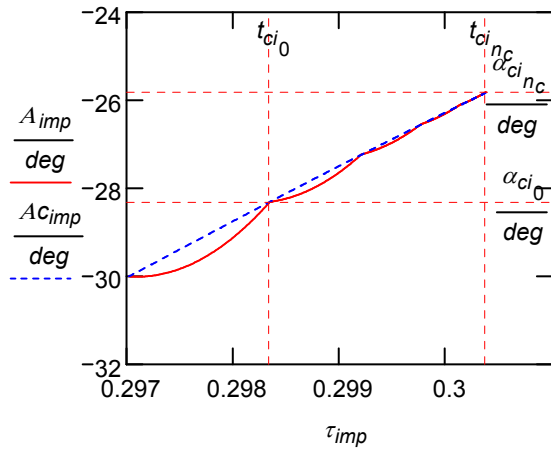
Situation à la fin du cinquième choc

$$n_c := j$$

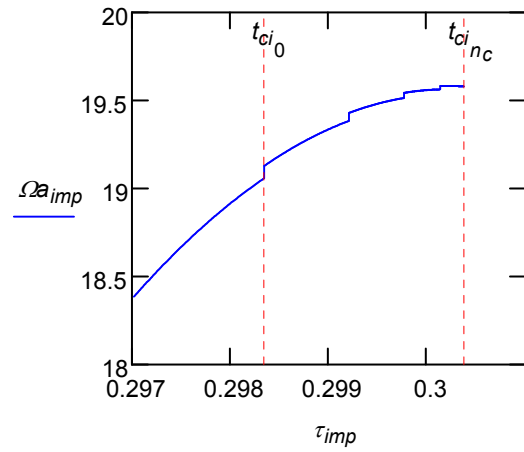
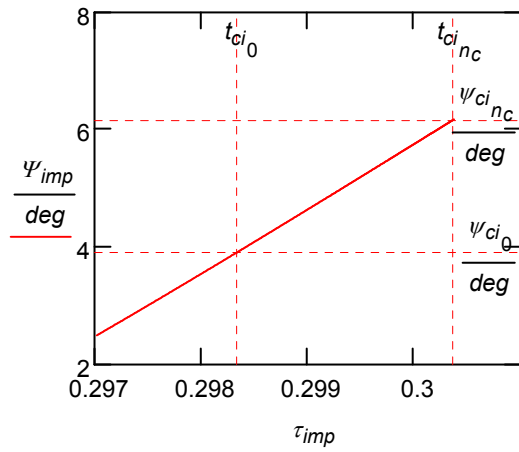
$$t_{ci} = \begin{pmatrix} 0.29834 \\ 0.2992 \\ 0.29976 \\ 0.30013 \\ 0.30037 \end{pmatrix} \text{ s} \quad \Delta t_{ci} = \begin{pmatrix} 1.325 \\ 0.859 \\ 0.56 \\ 0.367 \\ 0.241 \end{pmatrix} \text{ ms} \quad \alpha_{ci} = \begin{pmatrix} -28.304 \\ -27.226 \\ -26.539 \\ -26.097 \\ -25.811 \end{pmatrix} \text{ deg} \quad \omega_{ci} = \begin{pmatrix} 47.519 \\ 38.226 \\ 32.055 \\ 27.983 \\ 25.305 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1} \quad \omega'_{ci} = \begin{pmatrix} 5.567 \\ 10.76 \\ 14.037 \\ 16.131 \\ 17.479 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1}$$

$$\psi_{ci} = \begin{pmatrix} 3.92334 \\ 4.87203 \\ 5.49731 \\ 5.90844 \\ 6.17925 \end{pmatrix} \text{ deg} \quad \omega_{a_{ci}} = \begin{pmatrix} 19.059 \\ 19.385 \\ 19.515 \\ 19.564 \\ 19.58 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1} \quad \theta_{ci} = \begin{pmatrix} -7.905 \\ -4.275 \\ -1.903 \\ -0.346 \\ 0.678 \end{pmatrix} \text{ deg} \quad \omega_{b_{ci}} = \begin{pmatrix} 73.448 \\ 73.735 \\ 73.911 \\ 74.02 \\ 74.089 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1} \quad \omega'_{b_{ci}} = \begin{pmatrix} 73.719 \\ 73.907 \\ 74.021 \\ 74.091 \\ 74.135 \end{pmatrix} \text{ s}^{-1}$$

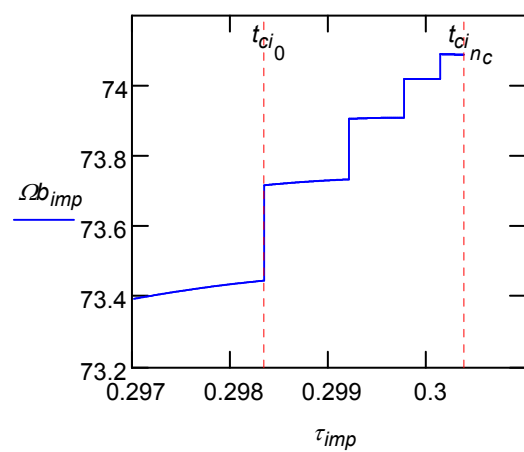
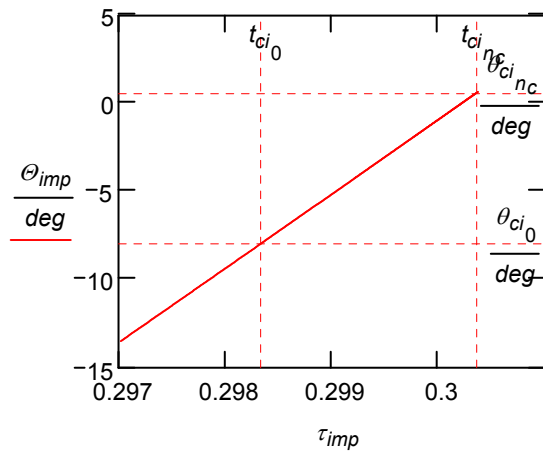
Mouvement de la roue



Mouvement de l'ancre



Mouvement du balancier



Situation en fin des chocs d'impulsion

$$\begin{aligned} \alpha_{fci} &:= \alpha_{ci_j} & \alpha_{fci} &= -25.811 \text{ deg} \\ \omega_{fci} &:= \omega_{ci_j} & \omega_{fci} &= 25.305 \text{ s}^{-1} \\ \theta_{fci} &:= \theta_{ci_j} & \theta_{fci} &= 0.678 \text{ deg} \end{aligned}$$

$$t_{fci} := t_{ci_j}$$

$$t_{fci} = 0.30037 \text{ s}$$

$$\psi_{fci} := \psi_{ci_j}$$

$$\psi_{fci} = 6.179 \text{ deg}$$

$$\omega_{a_{fci}} := \omega_{a_{ci_j}}$$

$$\omega_{a_{fci}} = 19.58 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_{b_{fci}} := \omega_{b_{ci_j}}$$

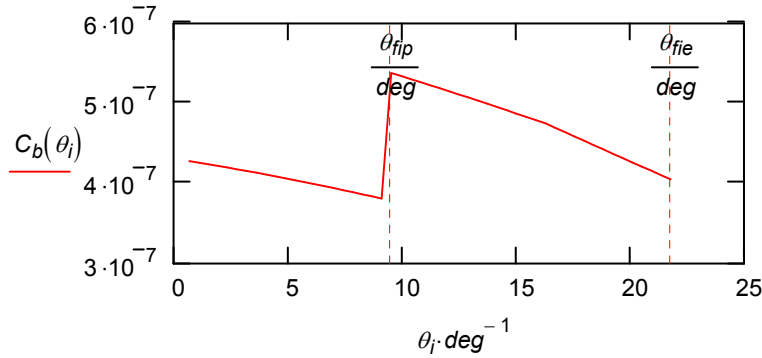
$$\omega_{b_{fci}} = 74.089 \text{ s}^{-1}$$

Fin de l'impulsion par contacts glissants

Entraînement du balancier par la roue d'échappement

Couple exercé sur le balancier

$$n := 50 \quad i := 0..n \quad \theta := 0 \quad \theta_{fie} = 21.788 \text{ deg} \quad \Delta\theta := \frac{\theta_{fie} - \theta_{fci}}{n} \quad \theta_i := \theta_{fci} + i \cdot \Delta\theta$$



$$q := \begin{pmatrix} \theta_{fci} \\ \omega_{b_{fci}} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} 0.012 \\ 74.089 \end{pmatrix} \quad t_{fin} := 0.31 \cdot s \quad \mathbf{Z} := rkfixe(q, t_{fci} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Dbi}) \quad t_i := \mathbf{Z}_i, 0 \text{ s}$$

$$q_i := \mathbf{Z}_i, 1 \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta(\tau) := interp(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$

Fin de l'impulsion $j := j + 1 \quad n := 100 \quad i := 0..n$

Instant de fin de transmission par le plan d'impulsion de la palette

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := racine(\theta(\tau) - \theta_{fip}, \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{fip} := t_{ch}(\tau) \quad t_{fip} = 0.30246 \text{ s}$$

Instant de fin de transmission par le plan d'impulsion de la roue (fin d'impulsion)

$$\tau := t_{fin} \quad t_{ch}(\tau) := racine(\theta(\tau) - \theta_{fie}, \tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad \tau := t_{ch}(\tau) \quad t_{fie} := t_{ch}(\tau) \quad t_{fie} = 0.30532 \text{ s}$$

Mouvement de l'ancre en contact avec la cheville $\psi_c(t) := \arctan\left(\frac{\rho_3 \cdot \sin(\theta(t))}{b - \rho_3 \cdot \cos(\theta(t))}\right) - \beta_0 \quad \omega_a(t) := \frac{d}{dt} \psi_c(t)$

Contrôle $\psi_c(t_{fip}) = 8.5 \text{ deg} \quad \psi_c(t_{fie}) = 11.5 \text{ deg}$

Mouvement de la roue en contact avec la palette d'entrée

$$\alpha_c(t) := \alpha_{rp}(\psi_c(t)) \cdot (0.99 \cdot \varepsilon \leq \psi_c(t) < \varepsilon + \Delta\psi_{ep}) + \alpha_{rd}(\psi_c(t)) \cdot (\varepsilon + \Delta\psi_{ep} \leq \psi_c(t) \leq \varepsilon + \Delta\psi_{ie})$$

Contrôle $\alpha_c(t_{fip}) = -23.5 \text{ deg} \quad \alpha_c(t_{fie}) = -19.637 \text{ deg}$

$$\omega_r(t) := K_{lep}(\psi_c(t)) \cdot \omega_a(t) \cdot (0.99 \cdot \varepsilon \leq \psi_c(t) < \varepsilon + \Delta\psi_{ep}) + K_{ied}(\psi_c(t)) \cdot \omega_a(t) \cdot (\varepsilon + \Delta\psi_{ep} \leq \psi_c(t) \leq \varepsilon + \Delta\psi_{ie})$$

Evolution après le dernier choc $\Delta t_{fie} := t_{fie} - t_{ci, j-1} \quad \Delta t_{fie} = 4.943 \text{ ms} \quad \delta := \frac{\Delta t_{fie}}{n}$

$$t_i := t_{ci, j-1} + i \cdot \delta \quad T_{i, j} := t_i \quad \tau_{imp} := pile(\tau_{imp}, T^{\langle j \rangle})$$

$$A_{i, j} := \alpha_c(t_i) \quad A_{imp} := pile(A_{imp}, A^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{r, j} := \omega_r(t_i) \quad \Omega_{r, imp} := pile(\Omega_{r, imp}, \Omega_r^{\langle j \rangle})$$

$$\Psi_{i, j} := \psi_c(t_i) \quad \Psi_{imp} := pile(\Psi_{imp}, \Psi^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{a, j} := \omega_a(t_i) \quad \Omega_{a, imp} := pile(\Omega_{a, imp}, \Omega_a^{\langle j \rangle})$$

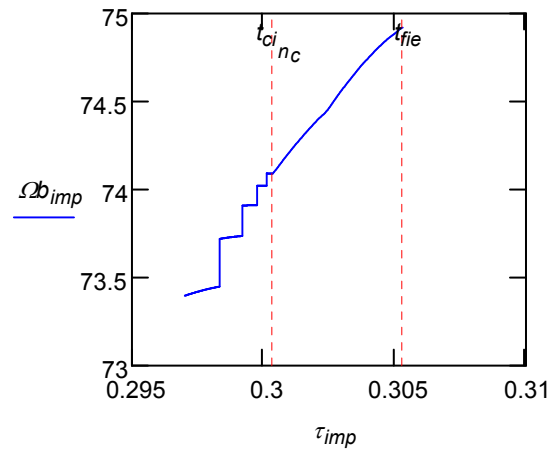
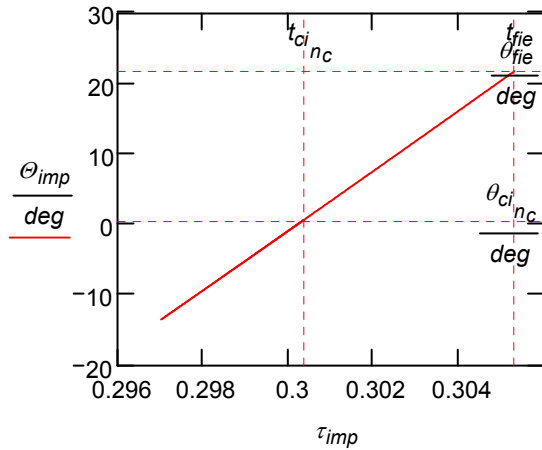
$$\Theta_{i, j} := \theta(t_i) \quad \Theta_{imp} := pile(\Theta_{imp}, \Theta^{\langle j \rangle}) \quad \Omega_{b, j} := \omega_b(t_i) \quad \Omega_{b, imp} := pile(\Omega_{b, imp}, \Omega_b^{\langle j \rangle})$$

Positions et vitesses en fin d'impulsion d'entrée

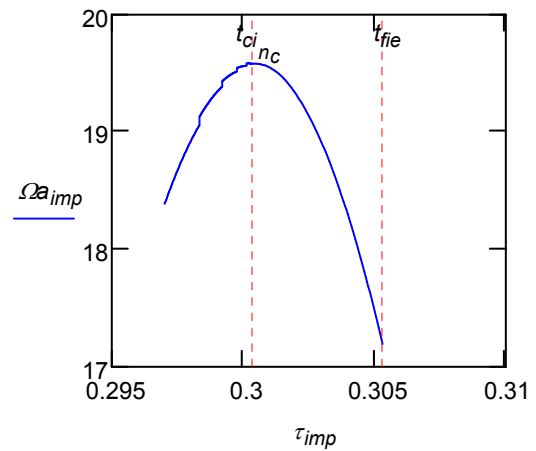
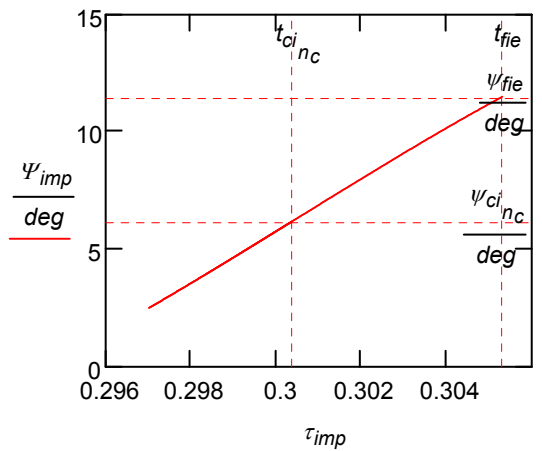
$$t_{fie} = 0.30532 \text{ s}$$

$$\begin{aligned} \alpha_{fie} &:= \alpha_c(t_{fie}) & \alpha_{fie} &= -19.637 \text{ deg} & \omega_{r_{fie}} &:= \omega_r(t_{fie}) & \omega_{r_{fie}} &= 19.803 \text{ s}^{-1} & \alpha_0 + \alpha_{fie} &= 10.363 \text{ deg} \\ \psi_{fie} &:= \psi_c(t_{fie}) & \psi_{fie} &= 11.5 \text{ deg} & \omega_{a_{fie}} &:= \omega_a(t_{fie}) & \omega_{a_{fie}} &= 17.193 \text{ s}^{-1} & \psi_{fie} - \psi_{fde} &= 9 \text{ deg} \\ \theta_{fie} &:= \theta(t_{fie}) & \theta_{fie} &= 21.788 \text{ deg} & \omega_{b_{fie}} &:= \omega_b(t_{fie}) & \omega_{b_{fie}} &= 74.919 \text{ s}^{-1} & \theta_{fie} - \theta_{fde} &= 35.267 \text{ deg} \\ & & & & \text{contrôle} & & \omega_{a_{fie}} \cdot K_{ie}(\psi_{fie})^{-1} &= 74.919 \text{ s}^{-1} & \omega_{a_{fie}} \cdot K_{ied}(\psi_{fie}) &= 19.803 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

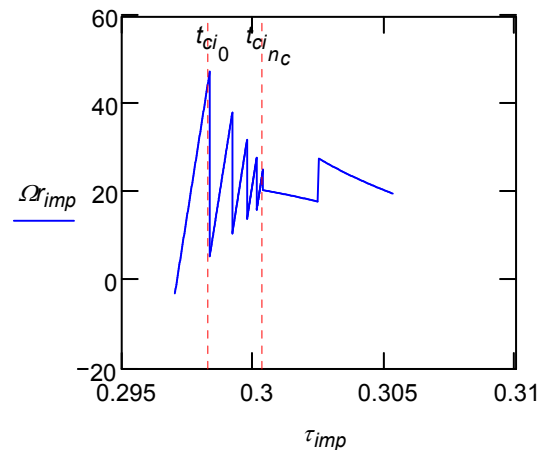
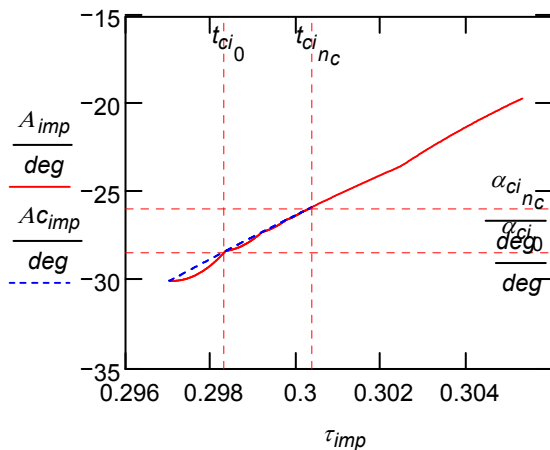
Mouvement du balancier



Mouvement de l'ancre



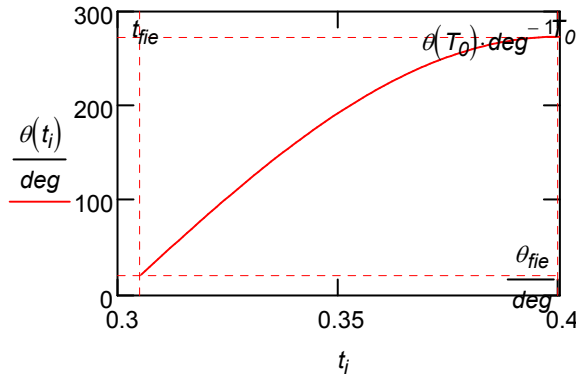
Mouvement de la roue



Fin de l'alternance

$$q := \begin{pmatrix} \theta_{fie} \\ \omega_{fie} \cdot s \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} 0.38 \\ 74.919 \end{pmatrix} \quad t_{fin} := T_0 \quad \mathbf{Z} := rkfixe(q, t_{fie} \cdot s^{-1}, t_{fin} \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I) \quad t_i := \mathbf{Z}_{i,0} s$$

$$q_i := \mathbf{Z}_{i,1} \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta(\tau) := interp(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta(\tau)$$



$$\theta(t_{fin}) = 272.95123 \text{ deg}$$

$$\omega_b(t_{fin}) = 0.04521 \text{ s}^{-1}$$

Rendement de l'échappement

Balancier libre sur toute l'alternance

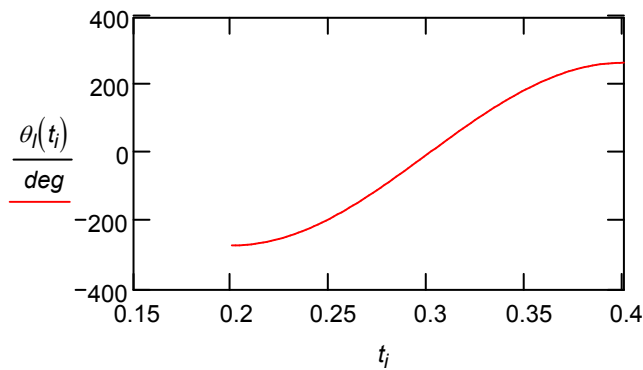
$$\theta_0 = 270 \text{ deg}$$

$$\mu J := 10^{-6} \cdot \text{joule}$$

$$\mu W := 10^{-6} \cdot W$$

$$q := \begin{pmatrix} -\theta_0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad q = \begin{pmatrix} -4.712 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{Z} := rkfixe\left(q, \frac{T_0}{2} \cdot s^{-1}, T_0 \cdot s^{-1}, n, \mathbf{Db}_I\right) \quad t_i := \mathbf{Z}_{i,0} s$$

$$q_i := \mathbf{Z}_{i,1} \quad CSq := cspline(t, q) \quad \theta_I(\tau) := interp(CSq, t, q, \tau) \quad \omega_b(\tau) := \frac{d}{d\tau} \theta_I(\tau)$$



$$\theta_I(T_0) = 267.40271 \text{ deg}$$

$$\omega_b(.999 \cdot T_0) = 0.46131 \text{ s}^{-1}$$

$$\Delta\theta_a := 2 \cdot f_b + \pi \cdot \eta_b \cdot \theta_0 + \frac{4}{3} \cdot \kappa_b \cdot \theta_0^2$$

$$\Delta\theta_a = 2.609 \text{ deg}$$

$$\theta_I(T_0) + \Delta\theta_a = 270.011 \text{ deg}$$

Energie dissipée par les frottements du balancier

$$\Delta E_d := J_b \cdot \omega_0^2 \cdot \theta_0 \cdot \Delta\theta_a$$

$$\Delta E_d = 0.106 \mu J$$

Energie supplémentaire apportée par l'échappement

$$\Delta E_s := \frac{J_b}{2} \cdot \omega_0^2 \cdot (\theta(T_0)^2 - \theta_0^2)$$

$$\Delta E_s = 0.12 \mu J$$

Energie dépensée à la roue d'échappement

$$\Delta\alpha_{tot} := \Delta\alpha_p + \Delta\alpha_d + \Delta\alpha_{ch}$$

$$\Delta\alpha_{tot} = 12 \text{ deg}$$

$$\Delta E_r := C_r \cdot \Delta\alpha_{tot}$$

$$\Delta E_r = 0.479 \mu J$$

Puissance à la roue d'échappement

$$P_r := C_r \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{z_e}$$

$$P_r = 23.954 \frac{\text{erg}}{s}$$

$$P_r = 2.395 \mu W$$

Rendement des fonctions d'entrée de l'échappement

$$\eta_e := \frac{\Delta E_d + \Delta E_s}{\Delta E_r}$$

$$\eta_e = 47.241 \%$$